

Modélisation des machines électriques par le calcul analytique des champs

Figures, Dessins et Equations

Chapitre 8 - 9 - 10

Chapitre 8 - 9 - 10

Jean-Paul CARON

I.N.P.L. – E.N.S.E.M. – G.R.E.E.N.

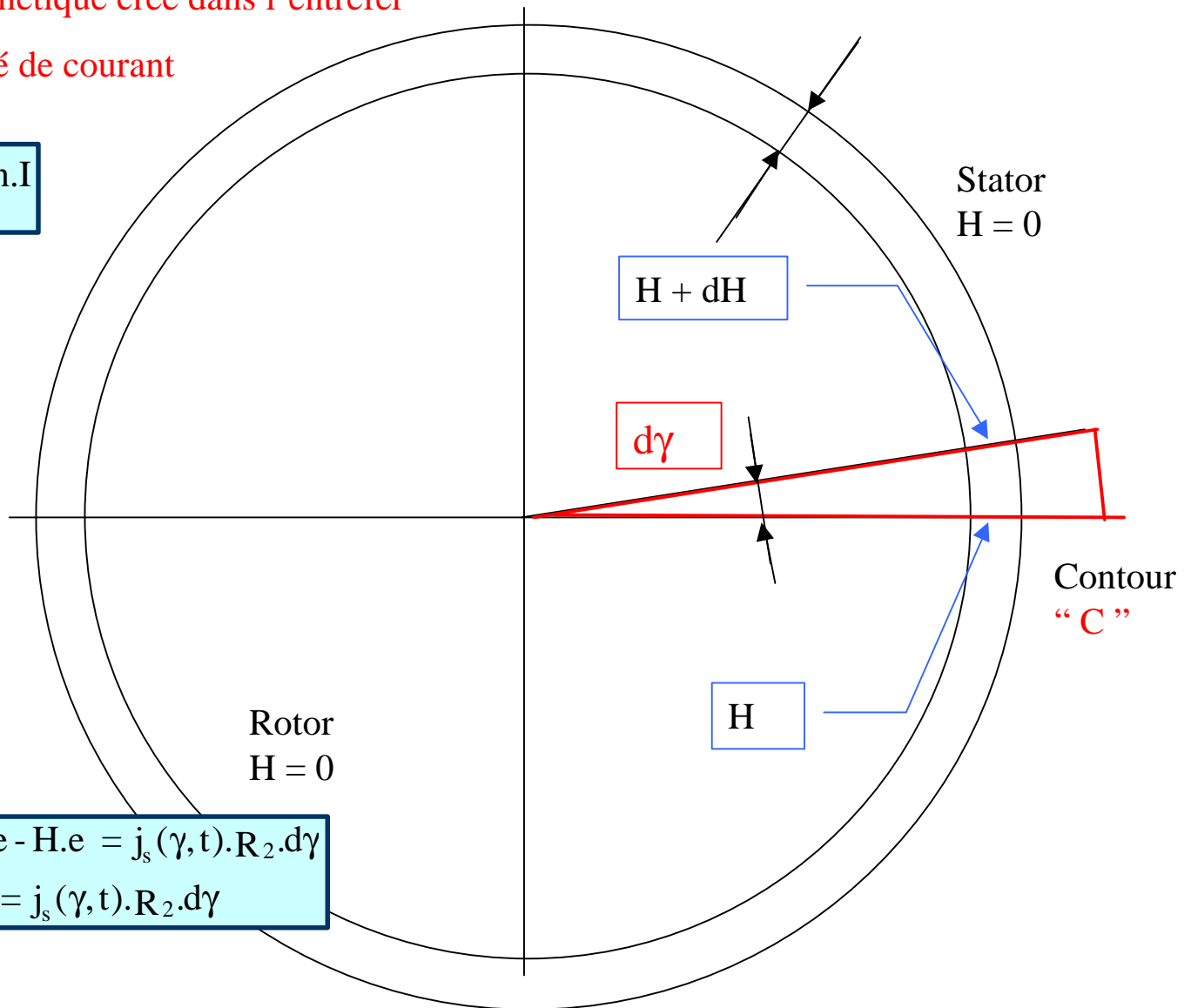
2 Av. de la foret de Haye

54500 Vandoeuvre-les-Nancy

E-Mail : Jean-Paul.Caron@ensem.inpl-nancy.fr

8 - Champ magnétique créé dans l'entrefer
par cette densité de courant

$$\oint_c \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum n \cdot I$$



$$H \cdot e + dH \cdot e - H \cdot e = j_s(\gamma, t) \cdot R_2 \cdot d\gamma$$

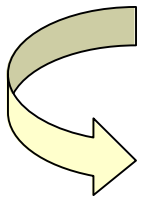
$$\Rightarrow dH \cdot e = j_s(\gamma, t) \cdot R_2 \cdot d\gamma$$

$$H_a = \frac{R_2}{e} \int I_a(t) \sum_k F_{2k+1} \cos(2k+1)\gamma \, d\gamma \quad \longrightarrow \quad H_a(\gamma, t) = H_0 + \frac{R_2}{e} I_a(t) \cdot \sum_k \frac{F_{2k+1}}{(2k+1)} \sin(2k+1)\gamma$$

$$H_a(\gamma, t) = H_0 - \frac{R_2 \cdot I_a(t)}{e} \cdot \sum_k G_{2k+1} \sin(2k+1)\gamma$$

$$\iint_s \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0 \quad \Rightarrow \quad \int_0^{2\pi} H(\gamma, t) \cdot L.r. \, d\gamma = 0$$

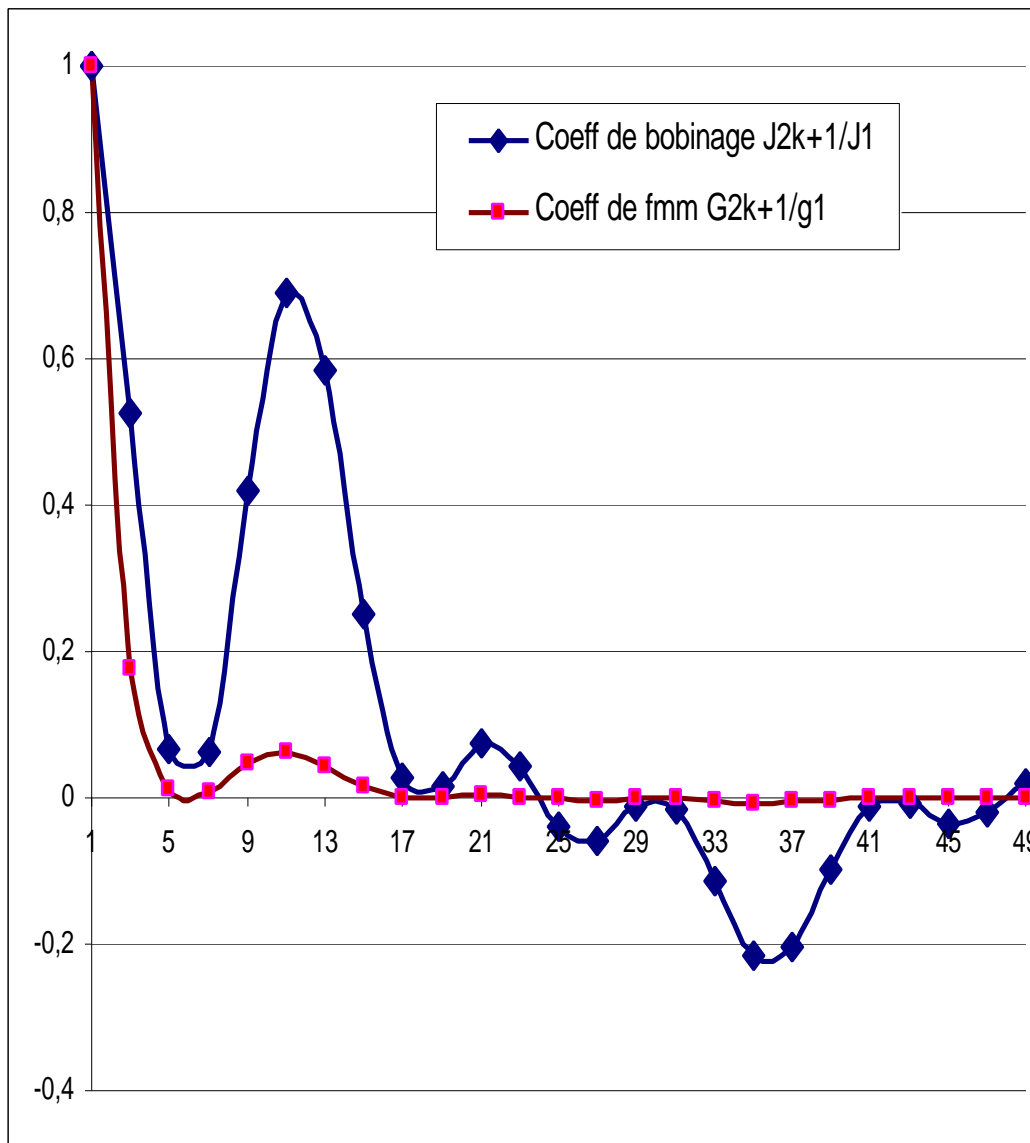
$$0 = L.r. \int_0^{2\pi} \left[H_0 + \frac{R_2 \cdot I_a(t)}{e} \cdot \sum_k G_{2k+1} \sin(2k+1)\gamma \right] d\gamma$$



$$H(\gamma, t) = \frac{R_2 \cdot I_a(t)}{e} \cdot \sum_k G_{2k+1} \sin(2k+1)\gamma$$

$$G_{2k+1} = \frac{F_{2k+1}}{(2k+1)}$$

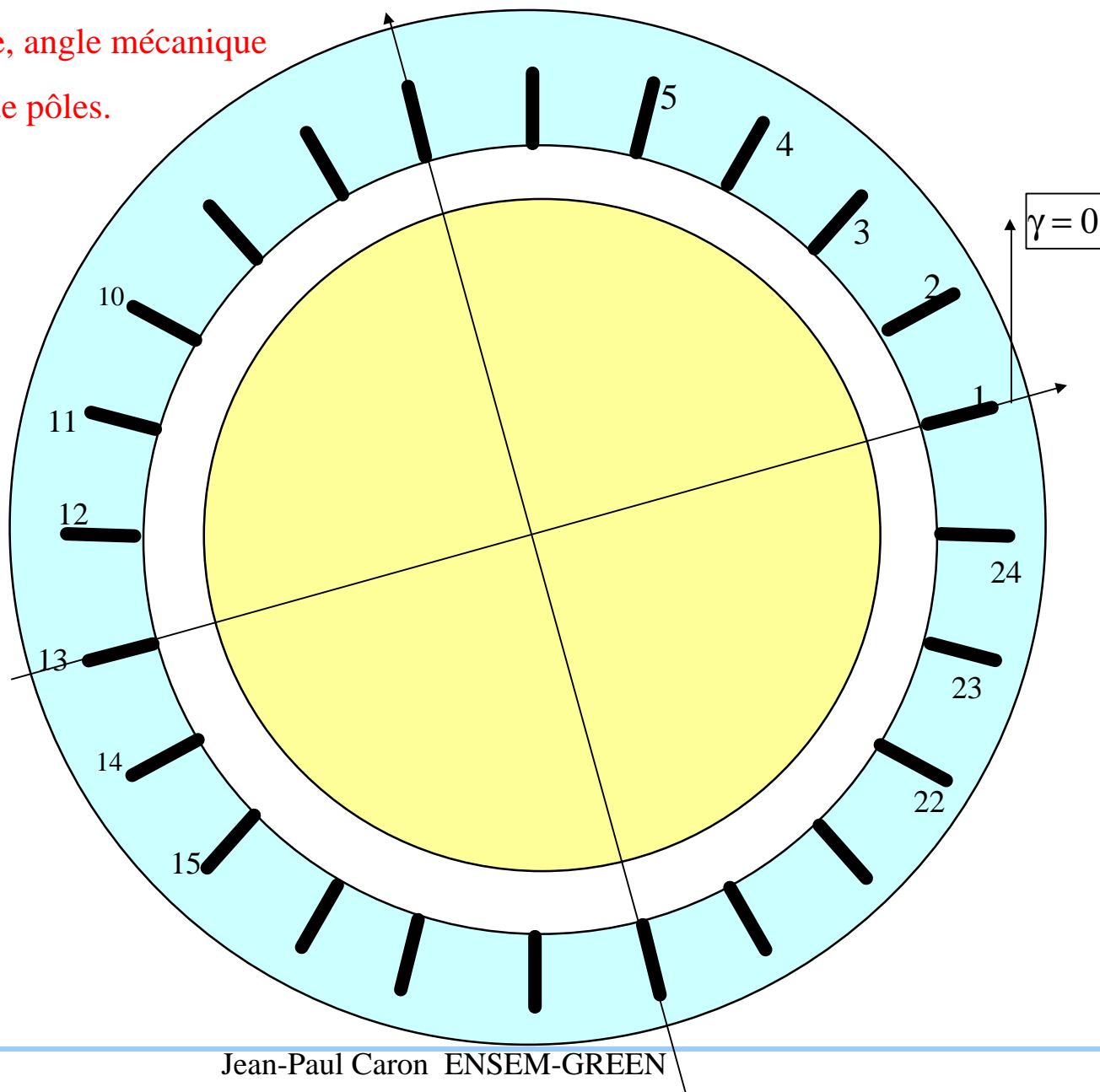
$$B(\gamma, t) = \frac{\mu_0 R_2 \cdot I_a(t)}{e} \cdot \sum_k G_{2k+1} \sin(2k+1)\gamma$$



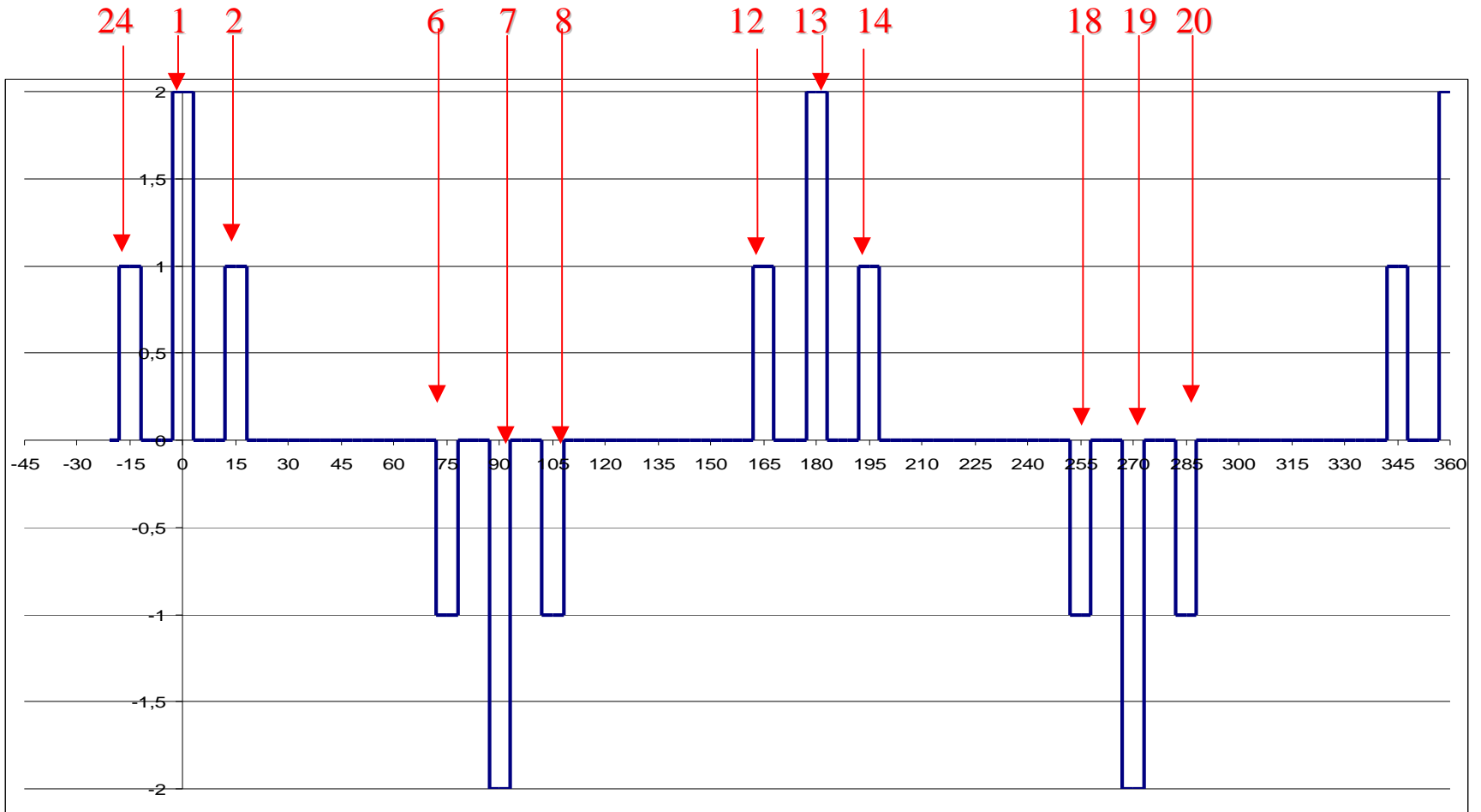
$2k+1$	J_{2k+1}/J_1	G_{2k+1}/G_1
1	1,000	1,000
3	0,524	0,175
5	0,067	0,013
7	0,062	0,009
9	0,421	0,047
11	0,691	0,063
13	0,584	0,045
15	0,253	0,017
17	0,026	0,002
19	0,018	0,001
21	0,075	0,004
23	0,043	0,002
25	-0,040	-0,002
27	-0,058	-0,002
29	-0,012	0,000
31	-0,014	0,000
33	-0,115	-0,003
35	-0,217	-0,006
37	-0,205	-0,006
39	-0,097	-0,002

9 - Angle électrique, angle mécanique

Nombre de paires de pôles.



Encoche N°



Courant $I_a(t)$ en fonction de l'angle " γ " (en degrés)

$$j_a(\gamma, t) = \frac{4 \cdot I_a(t)}{\pi \cdot R} \sum_k \left[\frac{\sin 2(2k+1) \frac{\xi}{2}}{2(2k+1) \frac{\xi}{2}} \cos^2 2(2k+1) \frac{\delta}{2} \right] \cos (2k+1) 2 \cdot \gamma$$

$$j_a(\gamma, t) = \frac{4 \cdot I_a(t)}{\pi \cdot R} \sum_k \left[\frac{\sin (2k+1) p \frac{\xi}{2}}{(2k+1) p \frac{\xi}{2}} \cos^2 (2k+1) p \frac{\delta}{2} \right] \cos (2k+1) p \cdot \gamma$$

« p » porte le nom : Nombre de paires de pôles

$$\theta = p \cdot \gamma \quad \varepsilon = p \cdot \xi \quad \lambda = p \cdot \delta$$

$$j_a(\theta, t) = \frac{4 \cdot I_a(t)}{\pi \cdot R} \sum_k \left[\frac{\sin (2k+1) \frac{\varepsilon}{2}}{(2k+1) \frac{\varepsilon}{2}} \cos^2 (2k+1) \frac{\lambda}{2} \right] \cos (2k+1) \theta$$

10 - Alimentation d'une machine par trois courants triphasés équilibrés.

$$J_{s,a}(\gamma, t) = \frac{I_a(t)}{R} \sum_k F_{2k+1} \cos((2k+1)p\gamma)$$

$$J_{s,a}(\theta, t) = \frac{I_a(t)}{R} \sum_k F_{2k+1} \cos((2k+1)\theta)$$

$$J_{s,b}(\gamma, t) = \frac{I_b(t)}{R} \sum_k F_{2k+1} \cos((2k+1)p(\gamma - \frac{2\pi}{3}))$$

$$J_{s,b}(\theta, t) = \frac{I_b(t)}{R} \sum_k F_{2k+1} \cos((2k+1)(\theta - \frac{2\pi}{3}))$$

$$J_{s,c}(\gamma, t) = \frac{I_c(t)}{R} \sum_k F_{2k+1} \cos((2k+1)p(\gamma + \frac{2\pi}{3}))$$

$$J_{s,c}(\theta, t) = \frac{I_c(t)}{R} \sum_k F_{2k+1} \cos((2k+1)(\theta + \frac{2\pi}{3}))$$

$$I_a(t) = I\sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi)$$

$$I_b(t) = I\sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi - 2\frac{\pi}{3})$$

$$I_c(t) = I\sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi + 2\frac{\pi}{3})$$

Harmoniques de courant

$$I_a(t) = I\sqrt{2} \sum_m C_{2m+1} \cos(2m+1)(\omega t - \varphi)$$

$$I_b(t) = I\sqrt{2} \sum_m C_{2m+1} \cos(2m+1)(\omega t - \varphi - 2\frac{\pi}{3})$$

$$I_c(t) = I\sqrt{2} \sum_m C_{2m+1} \cos(2m+1)(\omega t - \varphi + 2\frac{\pi}{3})$$

$$J_{s,a}(\theta, t) = \frac{I\sqrt{2}}{R} \sum_k F_{2k+1} \cos((2k+1)\theta) \cdot \cos(\omega t)$$

$$J_{s,b}(\theta, t) = \frac{I\sqrt{2}}{R} \sum_k F_{2k+1} \cos\left((2k+1)\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)\right) \cdot \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$J_{s,c}(\theta, t) = \frac{I\sqrt{2}}{R} \sum_k F_{2k+1} \cos\left((2k+1)\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)\right) \cdot \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$J_{s,a}(\theta, t) = \frac{I\sqrt{2}}{2R} \sum_k F_{2k+1} \cos(\omega t + (2k+1)\theta) + \cos(\omega t - (2k+1)\theta)$$

$$J_{s,b}(\theta, t) = \frac{I\sqrt{2}}{R} \sum_k F_{2k+1} \cos\left(\left(\omega t - 2(k+1)\frac{2\pi}{3} + (2k+1)\theta\right)\right) + \cos\left(\left(\omega t + 2k\frac{2\pi}{3} - (2k+1)\theta\right)\right)$$

$$J_{s,c}(\theta, t) = \frac{I\sqrt{2}}{R} \sum_k F_{2k+1} \cos\left(\left(\omega t + 2(k+1)\frac{2\pi}{3} + (2k+1)\theta\right)\right) + \cos\left(\left(\omega t - 2k\frac{2\pi}{3} - (2k+1)\theta\right)\right)$$

$$J_s(\theta, t) = J_{s,a}(\theta, t) + J_{s,b}(\theta, t) + J_{s,c}(\theta, t)$$

10 – 1 Cas N°1 : k = 0 :

$$J_s(\theta, t) = 3 \frac{I\sqrt{2}}{2R} F_1 \cos(\omega t - \theta) \quad k = 0 \text{ modulo } 3$$

$$J_s(\theta, t) = 3 \frac{I\sqrt{2}}{2R} F_{6n+1} \cos(\omega t - (6n+1)\theta)$$

10 – 2 Cas N°1 : k = 1 :

$$J_s(\theta, t) = 0 \quad k = 1 \text{ modulo } 3$$

$$J_s(\theta, t) = 0$$

10 – 3 Cas N°1 : k = 2 :

$$J_s(\theta, t) = 3 \frac{I\sqrt{2}}{2R} F_5 \cos(\omega t + 5\theta) \quad k = 2 \text{ modulo } 3$$

$$J_s(\theta, t) = 3 \frac{I\sqrt{2}}{2R} F_{6n-1} \cos(\omega t + (6n-1)\theta)$$

10 – 4 Généralisation : k = quelconque :

$$J_s(\theta, t) = 3 \frac{I\sqrt{2}}{2R} \sum_n (F_{6n+1} \cos(\omega t - (6n+1)\theta) + F_{6n-1} \cos(\omega t + (6n-1)\theta))$$

$$B(\theta, t) = 3 \frac{\mu_0 \cdot I\sqrt{2}}{2e} \cdot \sum_{n \geq 0} \left(\frac{F_{6n+1}}{6n+1} \cos(\omega t - (6n+1)\theta) \right) + \sum_{n > 0} \left(\frac{F_{6n-1}}{6n-1} \cos(\omega t + (6n-1)\theta) \right)$$

Définitions (en %)

$$\text{THD}_1 = 100 \cdot \frac{\sqrt{\sum_{m \geq 2} Y_m^2}}{Y_1}$$

et

$$\text{THD}_2 = 100 \cdot \frac{\sqrt{\sum_{m \geq 2} Y_m^2}}{\sqrt{\sum_{m \geq 1} Y_m^2}}$$

$$\text{THD}_{1,B} = 7,94 \%$$

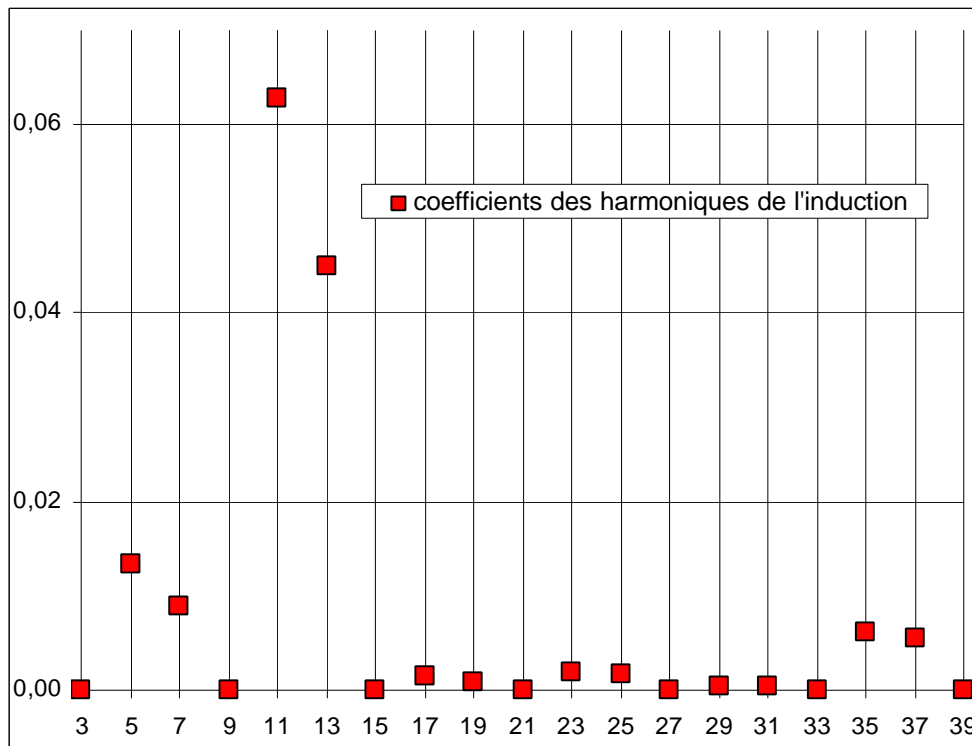
et

$$\text{THD}_{2,B} = 7,92 \%$$

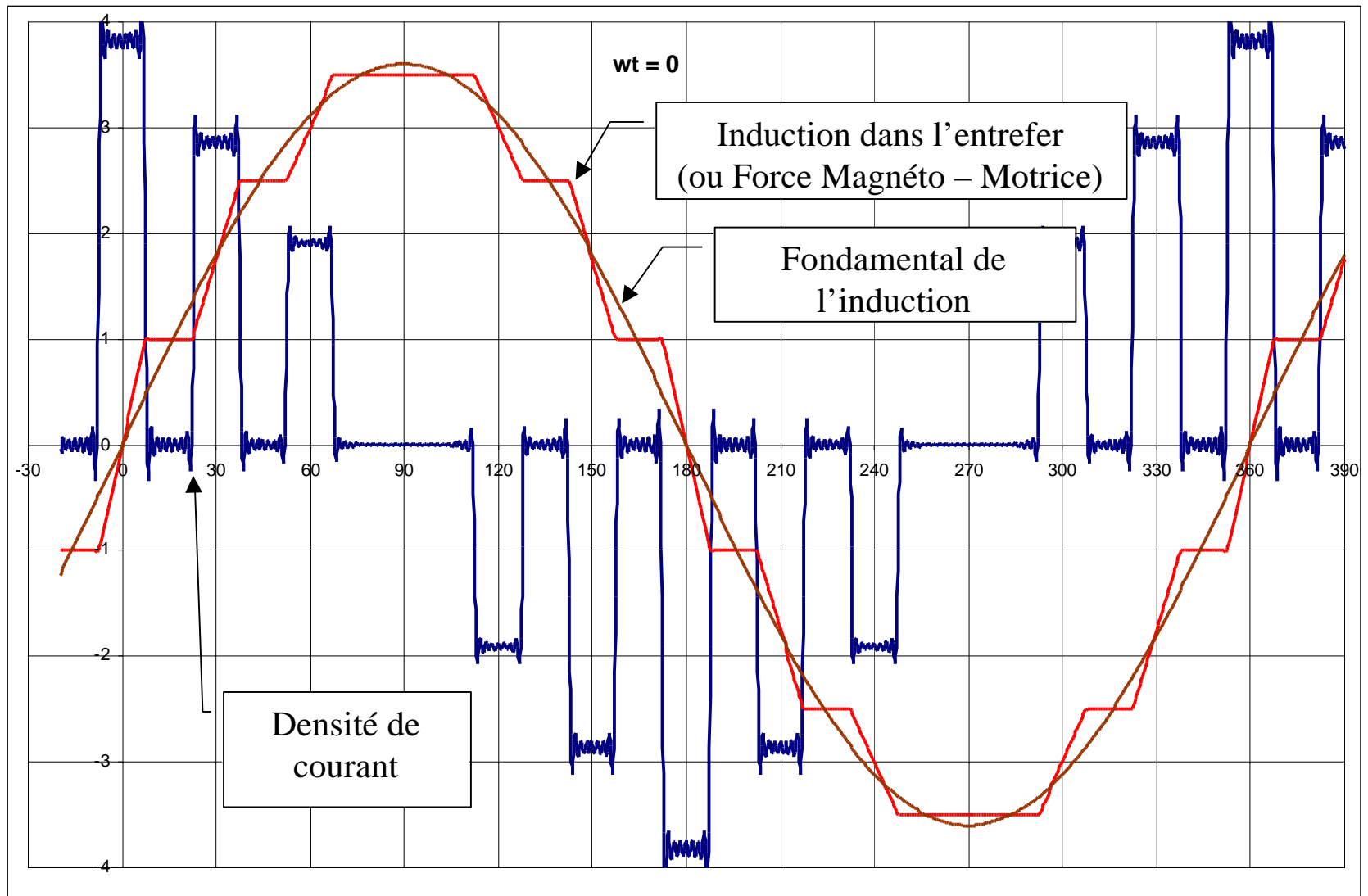
$$\text{THD}_{1,J} = 98,54 \%$$

et

$$\text{THD}_{2,j} = 70,19 \%$$



$6n \pm 1$	coefficient
1	1,000
5	0,013
7	0,009
11	0,063
13	0,045
17	0,002
19	0,001
23	0,002
25	0,002
29	0,000
31	0,000
35	0,006
37	0,006



Forme de la densité de courant après décomposition en série de Fourier, de l'induction et de son fondamental en fonction de l'angle statorique.