

# Modélisation des machines électriques par le calcul analytique des champs

## Figures, Dessins et Equations

Chapitre 11 à 16  
Chapitre 11 à 16

**Jean-Paul CARON**  
I.N.P.L. – E.N.S.E.M. – G.R.E.E.N.  
2 Av. de la foret de Haye  
54500 Vandoeuvre-les-Nancy

E-Mail : [Jean-Paul.Caron@ensem.inpl-nancy.fr](mailto:Jean-Paul.Caron@ensem.inpl-nancy.fr)

## 11 - Hypothèse du fondamental :

$$B(\theta, t) = 3 \frac{\mu_0 \cdot I \sqrt{2}}{2e} \cdot \sum_{n \geq 0} \left( \frac{F_{6n+1}}{6n+1} \cos(\omega t - (6n+1)\theta) \right) + \sum_{n > 0} \left( \frac{F_{6n-1}}{6n-1} \cos(\omega t + (6n-1)\theta) \right)$$

### Approximation de la valeur de l'induction :

$$B(\theta, t) \approx 3 \frac{\mu_0 \cdot I \sqrt{2}}{2e} \cdot G_1 \cos(\omega t - \theta) \quad \text{créée par} \quad J(\theta, t) \approx 3 \frac{I \sqrt{2}}{2R} \cdot F_1 \sin(\omega t - \theta)$$

En tenant compte de l'angle mécanique :

$$B(\gamma, t) \approx 3 \frac{\mu_0 \cdot I \sqrt{2}}{2e} \cdot G_1 \cos(\omega t - p\gamma) \quad \text{créée par} \quad J(\theta, t) \approx 3 \frac{I \sqrt{2}}{2R} \cdot F_1 \sin(\omega t - p\gamma)$$

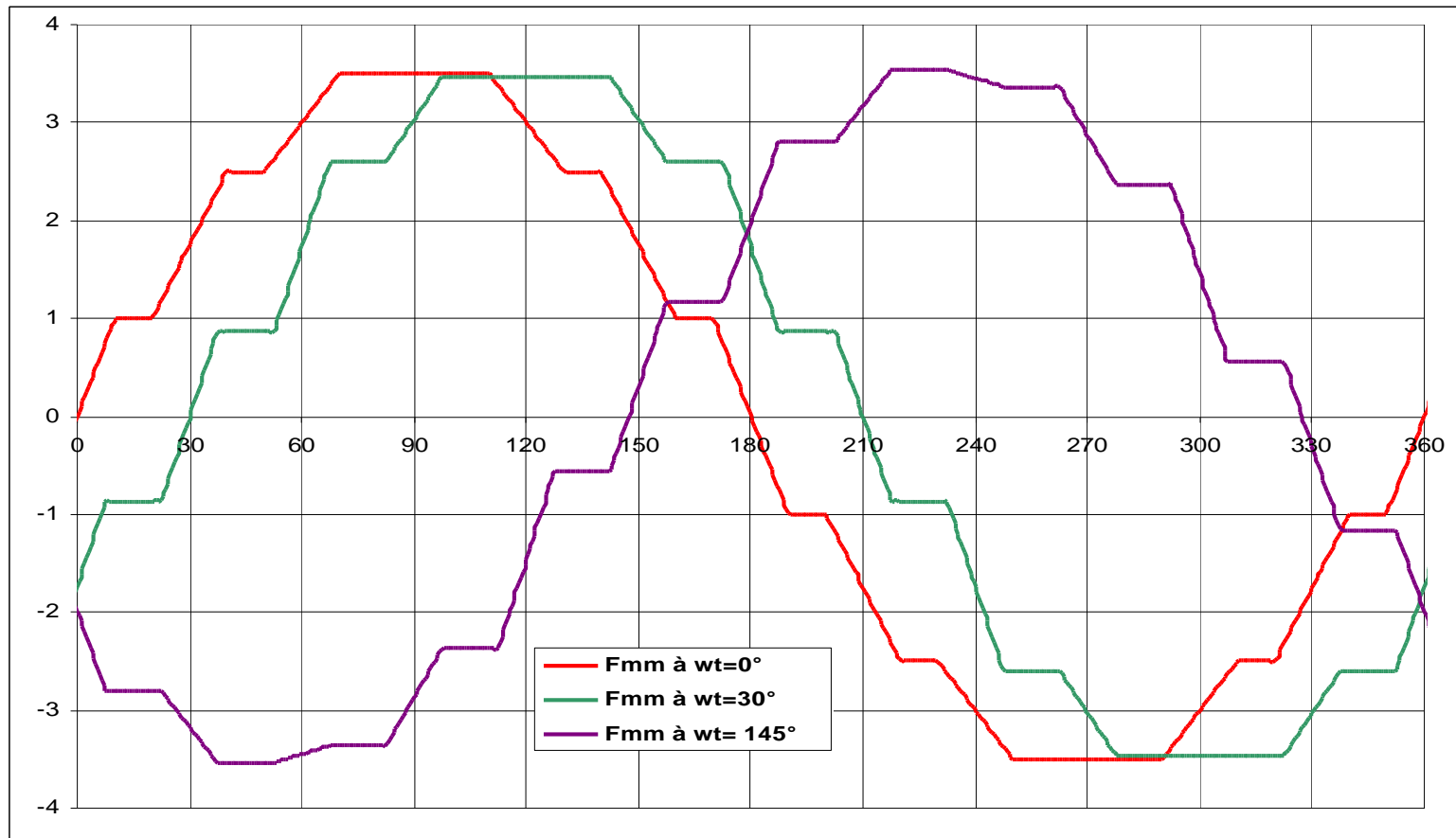
Nous n'allons plus tenir compte que de la valeur fondamentale des densités de courants et des force magnéto motrice

## 12 - CHAMPS TOURNANTS :

Une induction de la forme

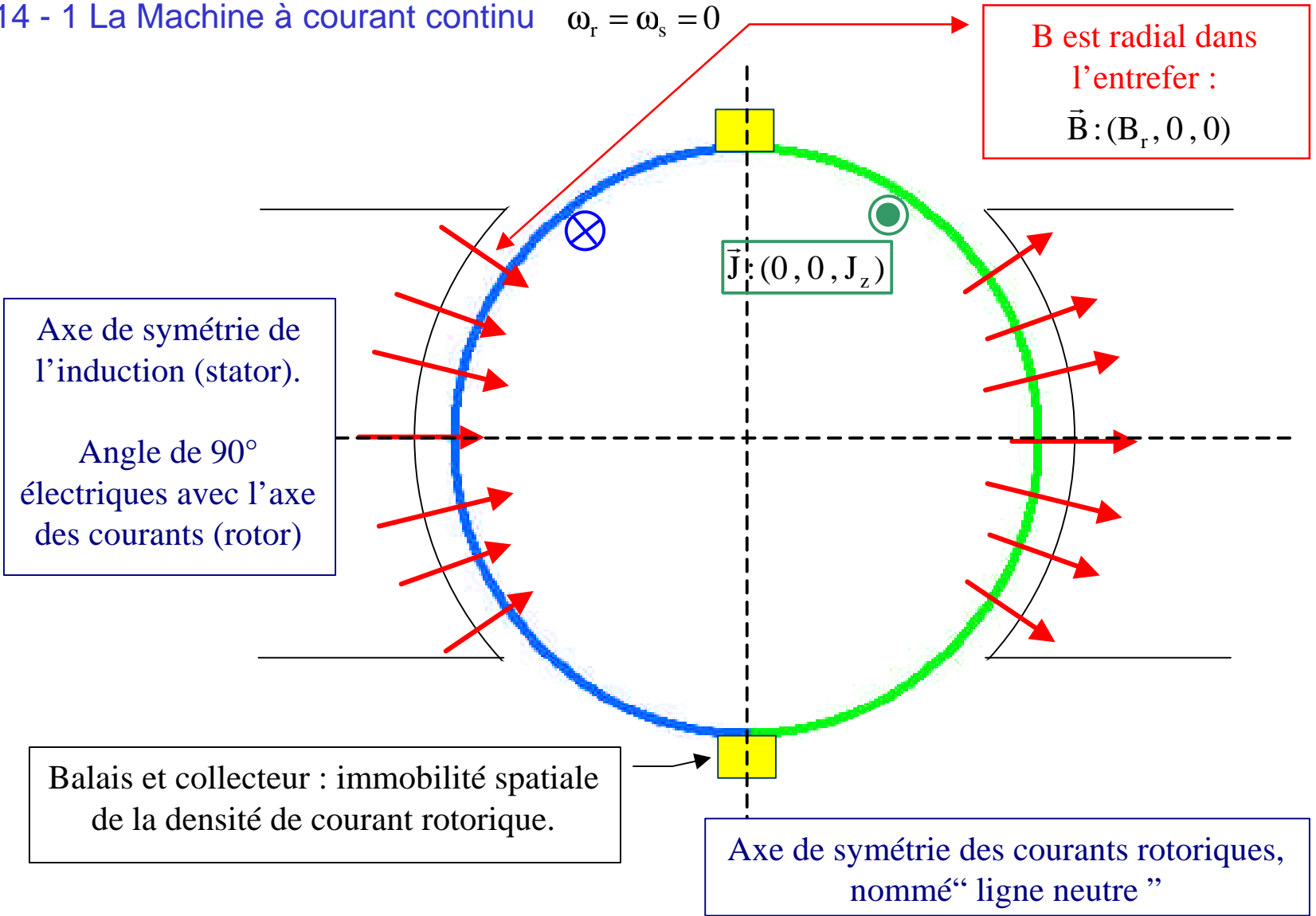
$$B(\theta, t) = B_m \cdot [\cos(\omega t - \theta)] \Leftrightarrow B(\gamma, t) = B_m \cdot [\cos(\omega t - p\gamma)]$$

est nommée : CHAMP TOURNANT



# 14 - Applications particulières :

## 14 - 1 La Machine à courant continu $\omega_r = \omega_s = 0$



14 - 2 Le Moteur universel  $\omega_r = \omega_s = 2\pi f$

$$J = J_m \sin(p\gamma + \omega_s t + \varphi_s) \quad \longrightarrow \quad B_J(\gamma, t) = B_m \cdot \cos(p\gamma + \omega t + \varphi_s)$$

$$K = K_m \sin(p(\gamma + \alpha) + \omega_r t + \varphi_r)$$

$$\Gamma = \pi L \cdot R^2 \cdot B_{m,j} \cdot K_m (\sin p\alpha)(\cos(\varphi_s - \varphi_r))$$

Le moteur universel a la même structure que la machine à courant continu.

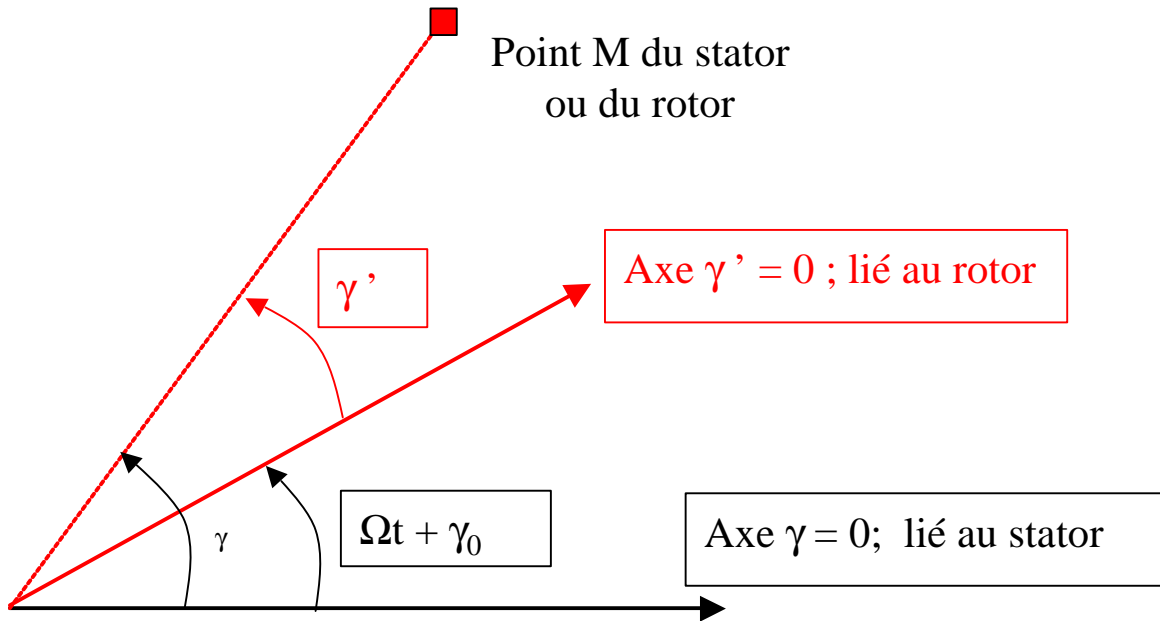
$$\alpha = \frac{\pi}{2 \cdot p}$$

Les enroulements du stator et du rotor sont branchés en série.

$$(\varphi_s - \varphi_r) = 0$$

Dans ce cas le moteur universel fournit le couple maximum.

## 16 - Nappe de courant rotorique en rotation dans le stator :



$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{d\gamma'}{dt} + \Omega$$

$$\gamma - \gamma_0 = \gamma' + \Omega.t$$

## 16 - 1 La machine asynchrone

$$J = J_m \sin(p(\gamma + \alpha) + \omega_s t) \quad \longrightarrow \quad B_J(\gamma, t) = B_{m,j} \cdot \cos(p(\gamma + \alpha) + \omega_s t)$$

$$K = K_m \sin(n\gamma' + \omega_r t)$$

Avec  $n = p$

$$K = K_m \sin(p\gamma' + \omega_r t)$$

$$K = K_m \sin(p(\gamma - \gamma_0 - \Omega t) + \omega_r t)$$

$$\Omega = \frac{\omega_s - \omega_r}{p} \quad \text{qui peut aussi s'écrire:} \quad \Omega = \frac{\omega_s}{p} \left( 1 - \frac{\omega_r}{\omega_s} \right) = \frac{2\pi f_s}{p} (1 - g)$$

$$\Gamma \neq 0 \quad \Leftrightarrow \quad \Omega = \frac{2\pi f_s}{p} (1 - g)$$

## 16 - 2 La machine synchrone

$$J = J_m \sin(p(\gamma + \alpha) + \omega_s t)$$

$$B_J(\gamma, t) = B_{m,j} \cdot \cos(p(\gamma + \alpha) + \omega_s t)$$

$$K = K_m \sin(n\gamma')$$

Avec  $n = p$

$$K = K_m \sin(p\gamma')$$

$$K = K_m \sin(p(\gamma - \gamma_0 - \Omega t))$$

$$\omega_s - p\Omega = 0$$

$$\Omega = \frac{\omega_s}{p} \quad \text{qui peut aussi s'écrire:} \quad \Omega = \frac{2\pi f_s}{p}$$

$$\Gamma \neq 0 \Leftrightarrow \Omega = \frac{2\pi f_s}{p}$$